

AMK:n liiketalouden alan pääsykokeiden matemaattis-loogisia tehtäviä 2003–2006

R. E. Järvinen

Tässä dokumentissa katsotaan ammattikorkeakoulun liiketalouden alan pääsykokeita vuosilta 2003–2006 ja analysoidaan hieman niihin liittyviä matemaattis-loogisia tehtäviä. Jokaiseen tehtävään on ohessa selkeä malliratkaisu.

Huomaa, että suuri osa tehtävien asioista olisi tarkoitus miettiä päässä eikä tehtäviin kirjoiteta vastauksia kokeessa lainkaan (monivalinta). Tehtävänannossa oli kuitenkin mainittu, että halutessaan saa kirjoittaa laskujen välivaiheita suttupaperille. Tässä yhteydessä esitettävät malliratkaisut auttavat opiskelijaa ymmärtämään laskujen välivaiheet, vaikka niitä ei todennäköisesti tulisikaan kaikkia tehtävää mietittäessä kirjoitettua näkyviin.

Pääsykokeessa matematiikan tehtävien vastaamiseen on aikaa käytössä PUOLI TUNTIA.

Pääsykoe 2006

1. Alennusmyynnissä alennettiin rullaluistimien hintaa ensin 20 prosenttia ja kahden viikon kuluttua vielä 50 prosenttia alennetusta hinnasta. Kuinka monta prosenttia oli kokonaisalennus alkuperäisestä hinnasta prosenttiyksikön tarkkuudella?

- a) 44 %
- b) 60 %
- c) 65 %
- d) 70 %

Vastaus: Kannattaa merkitä rullaluistimien alkuperäistä hintaa symbolilla a , jolloin ensin alennettu hinta on $0,8a$. Kun alennettua hintaa pudotetaan vielä 50 prosenttia, niin lopullinen hinta rulleluistimille on $0,4a$. Näin ollen kokonaisalennus alkuperäisestä hinnasta prosenttiyksikön tarkkuudella on 60 % eli vaihtoehto **b** on oikein.

2. Terässeoksessa käytetään kromia 20 % ja nikkeliä 10 %. Paljonko tätä terästä voidaan valmistaa, jos käytettävissä on 1200 kg kromia ja 900 kg nikkeliä? Muut seoksen osat eivät rajoita valmistusmäärää.

- a) 9000 kg
- b) 7000 kg
- c) 6000 kg
- d) 4500 kg

Vastaus: Mietitään, kumpi raja tulee ensiksi vastaan. Kromia tarvitaan 20 %, joten annetusta kromimäärästä saamme yhteensä $1200/0,2 = 6000$ kg terästä. Nikkeliä tarvitaan 10 %, jolloin vastaavasti saamme yhteensä 9000 kg terästä valmistettua. Koska kromin raja tulee ensimmäisenä vastaan, niin vaihtoehto **c** on oikein.

3. Yrityksen toimitilat lämmitetään sähköllä. Sähkölaskun loppusumma koostuu sähköenergiasta, siirtopalvelusta ja veroista. Sähköenergian osuus on mahdollista kilpailuttaa. Sähköenergian osuus siihen liittyvine veroineen on puolet sähkölaskusta. Yrityksen tavoitteena on vähentää sähkön kulutusta 10 %. Lisäksi toivotaan kilpailuttamalla saatavan sähköenergian osuus 10 % nykyistä halvemmalla. Jos molemmat tavoitteet toteutuvat, sähkölasku pienenee

- a) 12,5 %
- b) 14,5 %
- c) 19,0 %
- d) 20,0 %

Vastaus: Merkitään alkuperäistä sähkölaskun suuruutta vakiolla a . Yritys vähentää sähkönkulutusta 10 %, jolloin laskun suuruus on $0,9a$. Kilpailuttamalla saadaan sähköenergian osuudesta vielä puolet pois, eli vähennetään summa $0,45a \cdot 0,1 = 0,045$. Näin ollen lopulliseksi sähkön hinnaksi tulee $0,855a$ eli alennus alkuperäiseen hintaan verrattuna on 14,5 %. Vaihtoehto **b** on oikein.

4. Neliömuotoisen varaston sivun mitta pidennetään kaksinkertaiseksi. Montako prosenttia varaston pinta-ala suurenee?

- a) 100 %
- b) 200 %
- c) 300 %
- d) 400 %

Vastaus: Kuvan piirtämällä havaitsee helposti, että varaston pinta-ala on nelinkertainen alkuperäiseen verrattuna, jolloin pinta-ala on kasvanut yhteensä 300 %. Vaihtoehto **c**.

5. Öljytankkeri tuo täyden öljylastin Saudi-Arabiasta Suomeen. Matkaa kertyy kaikkiaan 9000 kilometriä. Täydessä lastissa tankkerin matkanopeus on keskimäärin 25 km/h. Samaan aikaan lähtee Suomesta toinen tankkeri hakemaan lastia Saudi-Arabiasta, tyhjän tankkerin keskimääräinen matkanopeus on 35 km/h. Kuinka kaukana Suomesta tankkerit kohtaavat?

- a) 5000 km
- b) 5250 km
- c) 6000 km
- d) 6750 km

Vastaus: Tankkerit lähestyvät toisiaan suhteellisella nopeudella 60 km/h. Ne liikkuvat yhteensä matkan 9000 km, joten aikaa kohtaamiseen kuluu 150 h. Tankkeri, joka lähtee Suomesta, liikkuu tässä ajassa matkan $s = 150 \text{ h} \cdot 35 \text{ km/h} = 5250 \text{ km}$, eli vaihtoehto **b** on oikein.

6. Autoilijalla on matkaa määränpäähänsä 80 kilometriä. Ehtiäkseen aikaisemmin perille, hän nostaa nykyisen ajonopeutensa 80 km/h nopeuteen 100 km/h. Kuinka paljon nopeammin autoilija on nopeuden lisäyksen ansiosta perillä, jos nopeuden oletetaan säilyvän tasaisena koko matkan ajan?

- a) 6 minuuttia
- b) 9 minuuttia
- c) 12 minuuttia
- d) 15 minuuttia

Vastaus: Nopeudella 80 km/h matkaa kuluu tasan yksi tunti. Nopeudella 100 km/h menee aikaa $t = 80/100 \text{ h} = 0,8 \text{ h}$ eli 48 minuuttia. Siispä autoilija on 12 minuuttia nopeammin perillä, mikäli matkanopeus säilyy tasaisena. Vaihtoehto c.

7. Supermarketin ykköskassalla jonotti 6 asiakasta enemmän kuin kakkoskassalla, missä taas jonotti 5 asiakasta vähemmän kuin kolmoskassalla. Viitoskassalla odotti 2 ihmistä enemmän kuin neloskassalla ja kolmoskassalla seisoskeli 2 asiakasta enemmän kuin viitoskassalla. Kakkos- ja viitoskassalla oli yhteensä 9 henkeä. Kuinka monta henkeä oli ykköskassalla?

- a) 15 asiakasta
- b) 12 asiakasta
- c) 9 asiakasta
- d) 7 asiakasta

Vastaus: Tämäntyyppisissä tehtävissä kannattaa kirjoittaa ylös annetut tiedot yhtälöryhmän tavoin. Merkitään kassan asiakasmäärää laatikolla $\boxed{??}$ ja kirjoitetaan seuraava yhtälöryhmä:

$$\boxed{1} - 6 = \boxed{2} \quad (1)$$

$$\boxed{2} + 5 = \boxed{3} \quad (2)$$

$$\boxed{5} - 2 = \boxed{4} \quad (3)$$

$$\boxed{3} - 2 = \boxed{5} \quad (4)$$

$$\boxed{2} + \boxed{5} = 9 \quad (5)$$

Yhtälöryhmän perusteella havaitaan, että ykköskassan asiakasmäärän selvittämiseksi tarvitsemme kakkoskassan asiakkaiden määrän. Tämän puolestaan saamme yhtälöistä (2), (4) ja (5). Kannattaa laskea algebrallisesti välivaiheet läpi, se ei vie kovin kauaa ja tulos menee varmasti oikein. Kolmen muuttujan yhtälöryhmä on siis

$$\begin{cases} \boxed{2} + 5 = \boxed{3} \\ \boxed{3} - 2 = \boxed{5} \\ \boxed{2} + \boxed{5} = 9 \end{cases}$$

Olemme kiinnostuneita kassa $\boxed{2}$ asiakasmäärästä, joten muokataan yhtälöitä siten, että saadaan se selville. Termejä siirtelemällä saadaan yhtälöpari

$$\begin{cases} \boxed{2} + 5 - 2 = \boxed{5} \\ \boxed{2} + \boxed{5} = 9, \end{cases}$$

josta edelleen saamme yhtälön kakkoskassan asiakasmäärälle:

$$\begin{aligned} \boxed{2} + \boxed{2} + 5 - 2 &= 9 \\ 2\boxed{2} &= 6 \Rightarrow \boxed{2} = 3 \end{aligned} \quad (6)$$

Kassalla $\boxed{1}$ on näin ollen $3 + 6 = 9$ asiakasta, eli vaihtoehto c on oikein.

8. Yrityksessä on töissä osastolla A 20 henkilöä ja osastolla B 80 henkilöä. Kaikkien työntekijöiden keskipalkka on 2800 €/kk. Osasto A:n työntekijöiden keskipalkka on 3000 €/kk. Mikä on osasto B:n työntekijöiden keskipalkka?

- a) 2450 €/kk
- b) 2600 €/kk
- c) 2750 €/kk
- d) 2900 €/kk

Vastaus: Työntekijöiden keskipalkka lasketaan painotettuna keskiarvona, eli kerrotaan työntekijöiden määrät vastaavilla palkoilla ja jaetaan kaikkien työntekijöiden määrällä. Tällä tavoin ajateltuna saamme yhtälön

$$2800 \text{ €/kk} = \frac{20 \cdot 3000 \text{ €/kk} + 80 \cdot x}{100} \quad (7)$$

Tästä ratkaisemalla x eli osaston B työntekijän keskipalkka saamme $x = 2750 \text{ €/kk}$, ts. vaihtoehto c on oikein.

9. Mikä on puuttuva luku kuvassa 1?

- a) 8
- b) 10
- c) 12
- d) 14

<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">2</td><td style="padding: 2px 10px;">7</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">9</td><td style="padding: 2px 10px;">6</td></tr> </table>	2	7	9	6	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">7</td><td style="padding: 2px 10px;">21</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">13</td><td style="padding: 2px 10px;">10</td></tr> </table>	7	21	13	10	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">2</td><td style="padding: 2px 10px;">4</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">??</td><td style="padding: 2px 10px;">7</td></tr> </table>	2	4	??	7
2	7													
9	6													
7	21													
13	10													
2	4													
??	7													

Kuva 1: Tehtävän 9 luvut.

Vastaus: Kuvasta havaitaan, että vasemmasta yläkulmasta lähtevällä lävistäjällä olevien lukujen summa on puolet siitä mitä oikeasta yläkulmasta lähtevällä lävistäjällä olevien lukujen summa on. Esimerkiksi ensimmäisessä kuviossa on $2 + 6 = 8$ ja $7 + 9 = 16 = 2 \cdot 8$, toisessa $7 + 10 = 17$ ja $13 + 21 = 34 = 2 \cdot 17$. Näin ollen viimeiseen ruutuun tulee luku 14, koska $2 + 7 = 9$ ja tulee olla $4 + \boxed{??} = 18$. Vaihtoehto **d** on oikein.

10. Määritellään kahden kokonaisluvun välinen laskuoperaatio

$$a|b = a + ab$$

Paljonko on $(2|3)|(3|1)$?

- a) 18
- b) 40
- c) 45
- d) 56

Vastaus: Lasketaan ensin molempien operaatioiden tulokset ja vasta sen jälkeen lopputulos:

$$2|3 = 2 + 2 \cdot 3 = 8$$

$$3|1 = 3 + 3 \cdot 1 = 6$$

Vastaavalla tavalla lasketaan lopputulos

$$8|6 = 8 + 8 \cdot 6 = 56 \quad (8)$$

Havaitsemme, että vaihtoehto **d** on oikein.

Pääsykoe 2005

1. Kahden tunnin päästä olevan hetken ja keskiyön välinen aika on puolet siitä ajasta, joka on tunnin päästä mitattavan hetken ja keskiyön välillä. Paljonko kello on nyt?

- a) 20.00
- b) 21.00
- c) 22.00
- d) 23.00

Vastaus: Kannattaa kokeilla eri vaihtoehtoilla. Kellonajalle 21.00 huomataan, että kahden tunnin kuluttua oleva aika keskiyöhön on 1 tunti, joka on tasan puolet siitä ajasta, joka on tunnin päästä mitattavasta ajasta keskiyöhön (22.00→24.00). Näin ollen vaihtoehto **b** on oikein.

2. Yritys on päättänyt uusia talon ulkomaalaukset. Värivalintoja on rajattu seuraavasti. Seinien väri on valittava kahdesta vaihtoehdosta: keltainen ja punainen. Ikkunapuitteet saavat olla valkoiset, siniset tai vihreät. Kuinka monta erilaista väriyhdistelmää on valittavana?

- a) 6
b) 5
c) 10
d) 12

Vastaus: Jos seinien väriksi valitaan keltainen, niin ikkunanpuitteet voivat olla valkoiset, siniset tai vihreät (3 vaihtoehtoa). Vastaavasti saadaan punaisille seinille kolme vaihtoehtoa, joten yhteensä valittavana on 6 väriyhdistelmää. Vaihtoehto **a**.

3. Henkilöt A, B ja C tekevät urakalla yhteisen työn. Palkkio jaetaan käytettyjen työtuntien suhteessa. A:n ja B:n työtuntien suhde on 2:3 ja B:n ja C:n vastaavasti 4:5. Kuinka monta euroa oli A:n osuus, kun koko jaettava summa oli 1400 €?

- a) 250 €
b) 320 €
c) 350 €
d) 370 €

Vastaus: Kirjoitetaan työtuntien suhteiden avulla suhde A:B:C, jolloin voidaan suoraan laskea rahasummien suuruudet. Tehtävänannon nojalla $5B = 4C$, jolloin verrattuna A:han saamme

$$\frac{A}{B} = \frac{A}{\frac{4}{5}C} = \frac{2}{3} \Rightarrow A = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}C = \frac{8}{15}C$$

Nyt meillä on $B = \frac{3}{2}A$ ja $C = \frac{15}{8}A$. Näin ollen henkilön A osuus rahasummasta on

$$\begin{aligned} \frac{A}{A + \frac{3}{2}A + \frac{15}{8}A} \cdot 1400 \text{ €} &= \frac{1400 \text{ €}}{\frac{8}{8} + \frac{12}{8} + \frac{15}{8}} \\ &= \frac{8 \cdot 1400 \text{ €}}{35} \\ &= \frac{11200}{35} \text{ €} \\ &= 320 \text{ €} \end{aligned} \tag{9}$$

Viimeinen päässä lasku kestää pienen hetken, mutta ei ole lopulta kovinkaan vaikea. Vaihtoehto **b**.

4. Autoilija ajoi 120 km:n matkan menosuuntaan keskinopeudella 80 km tunnissa. Paluumatkalla hän ajoi 100 km:n tuntinopeudella keskimäärin. Kuinka monta prosenttia vähemmän aikaa kului paluumatkaan kuin menomatkaan?

- a) 60 %

- b) 40 %
- c) 30 %
- d) 20 %

Vastaus: Menomatkaan kului aikaa yhteensä 1,5 tuntia eli 90 minuuttia. Takaisin-tulomatkaan puolestaan meni 1,2 tuntia eli 72 minuuttia. Jakamalla paluumatkaan kulunut aika menomatkaan kuluneella ajalla saamme $72/90 = 0,8$, eli paluumatkaan kului 20 % vähemmän aikaa kuin menomatkaan. Vaihtoehto **d**.

5. Tuotteen hintaa alennettiin ensin 20 % ja alennettua hintaa vielä 10 %. Kuinka monta prosenttia oli alennus kaikkiaan alkuperäisestä hinnasta?
- a) 30 %
 - b) 22 %
 - c) 28 %
 - d) 26 %

Vastaus: Merkitään tuotteen alkuperäistä hintaa symbolilla a . Kun hintaa alennetaan 20 %, niin alennettu hinta on $0,8a$. Jälkimmäinen alennus laskee hintaa edelleen siten, että hinnaksi jää $0,72a$. Jakamalla lopullinen hinta alkuperäisellä saadaan $0,72$, eli alennus alkuperäiseen hintaan nähden on vaihtoehdon **c** 28 %.

6. Viisi henkilöä kättelee toisiaan. Kuinka monta kättelyä tarvitaan, jotta kaikki ovat kättelleet toisiaan?
- a) 5
 - b) 10
 - c) 15
 - d) 25

Vastaus: Ensimmäinen henkilö kättelee neljää, seuraava kolmea, seuraava kahta ja vielä viimeinen jäljellä oleva pari, jolloin kättelyitä on yhteensä 10 eli vaihtoehto **b**.

7. Viivi kävi ostoksilla kolmessa kaupassa. Jokaisessa kaupassa hän pani menemään $2/3$ euroistaan. Lopuksi hänelle jäi rahapussiin 1,5 euroa. Miten paljon hänellä oli euroja, kun hän lähti ostoksille?
- a) 13,5 €
 - b) 35,5 €
 - c) 40,5 €
 - d) 45,5 €

Vastaus: Olkoon Viivin alkuperäinen rahamäärä a . Ensimmäisessä kaupassa hän käyttää rahaa $2a/3$, jonka jälkeen hänellä on $a/3$ jäljellä. Toisessa kaupassa menee kaksi kolmannesta jäljellä olevasta summasta eli $\frac{a}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2a}{9}$, jonka jälkeen rahaa on

jäljellä $\frac{a}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{a}{9}$. Kolmannessa kaupassa menee jälleen kaksi kolmannesta ja jäljelle jää kolmannes, eli $\frac{a}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{a}{27} = 1,5 \text{ €}$. Laskemalla tästä alkuperäinen rahamäärä saadaan $a = 27 \cdot 1,5 \text{ €} = 40,5 \text{ €}$. Vaihtoehto **c**.

8. Herra X osti erän osakkeita ja maksoi niistä 4,5 €/kpl. Seuraavana päivänä hän lahjoitti 30 % pois osakkeiden määrästä ja myi loput hinnalla, joka oli 20 % hänen maksaansa hintaa korkeampi. Miten paljon voittoa/tappiota hän tästä osake-erästä sai?
- a) 16 % tappiota
 - b) 8 % tappiota
 - c) 8 % voittoa
 - d) 16 % voittoa

Vastaus: Osakkeiden ostohinta saadaan kertomalla osakkeiden määrä yksittäisen osakkeen hinnalla. Olkoon a osakkeiden määrä, jolloin ostohinta on $4,5a$. Herra X saa osakkeista myytyään hinnan, joka oli 20 % korkeampi kuin alkuperäinen hinta, mutta lahjoitti osakkeista 30 % pois: tämä voidaan kirjoittaa yhtälönä

$$4,5a \cdot 1,2 \cdot 0,7 = 0,84 \cdot 4,5a \quad (10)$$

Yhtälöstä (10) nähdään, että henkilö X tekee osakekaupoillaan tappiota 16 %; vaihtoehto **a** on oikein.

9. Kaupungin yrityksistä 15:sta oli asiakkaita Ruotsissa ja 12:sta Venäjällä. Kyseisten yritysten joukossa oli 6 sellaista yritystä, joilla oli asiakkaita sekä Ruotsissa että Venäjällä. Kuinka monella yrityksellä oli asiakkaita vain Ruotsissa tai Venäjällä?
- a) 11
 - b) 15
 - c) 17
 - d) 19

Vastaus: Yrityksiä, joilla on asiakkaita joko Ruotsissa tai Venäjällä, on yhteensä 27. Kuudella yrityksellä on asiakkaita molemmissa, jolloin yrityksiä, joilla on asiakkaita vain Ruotsissa tai Venäjällä, on $27 - 2 \cdot 6 = 15$. Vaihtoehto **b**.

10. Olkoot x ja y kokonaislukuja. Oletetaan, että kaikille kokonaisluvuille pätee:

$$f(x + y) = f(x) + f(y)$$

Olkoon lisäksi $f(2) = 3$. Mikä on $f(4)$?

- a) 8
- b) 6
- c) 4
- d) 2

Vastaus: Käytetään hyväksi annettua laskusääntöä ja kirjoitetaan numero 4 hieman eri muodossa:

$$f(4) = f(2 + 2) = f(2) + f(2) = 3 + 3 = 6 \quad (11)$$

Vaihtoehto **b** on oikein.

Pääsykoe 2004

1. Nokian osakekurssi oli Helsingin pörssissä 13,95 € 1.9.2003 ja 18,00 € 24.2.2004. Montako prosenttia osakekurssi nousi mainitulla aikavälillä?

- a) 18 %
- b) 22 %
- c) 29 %

Vastaus: Kannattaa laskea päässä esimerkiksi jakamalla $\frac{18}{14} = \frac{9}{7}$, josta voidaan edelleen arvioida $\frac{2}{7} \approx 0,28$ että vaihtoehto **c** on oikein.

2. Tuotteen alkuperäinen hinta on 200 €. Kevään alennusmyynnissä hintaa alennettiin 20 % ja kahden viikon kuluttua 10 %. Kuinka monta prosenttia lopullinen hinta on alkuperäistä hintaa alempi?

- a) 30 %
- b) 29 %
- c) 28 %

Vastaus: Helpointa on ajatella, että tuotteen alkuperäinen hinta on a . Ensimmäisen alennuksen jälkeen hinta on $0,8a$ ja kun tästä otetaan vielä 10 % pois, niin lopulliseksi hinnaksi tulee $0,72a$. Lopullinen hinta on 28 % alempi kuin alkuperäinen, joten vaihtoehto **c** on oikein.

3. Miten lukusarja jatkuu?

2, 5, 15, 18, 54, 57, 171, ...

- a) 171
- b) 174
- c) 228

Vastaus: Hiukan aikaa miettimällä havaitaan, että lukusarjassa vuorotellen kolminkertaistetaan edellinen luku ja lisätään edelliseen lukuun kolmonen. Edellisessä vaiheessa on tehty kolminkertaistus, joten seuraavaksi lisätään kolme ja saadaan 174. Vaihtoehto **b** on oikein.

4. Jos viisi puhelinmyyjää soittaa viidelle asiakkaalle viidessä minuutissa, niin kuinka monta puhelinmyyjää soittaa 100:lle asiakkaalle sadassa minuutissa?

- a) 5

b) 10

c) 15

Vastaus: Tehtävänannon perusteella viisi puhelinmyyjää pystyy soittamaan keskimäärin yhdelle asiakkaalle minuutissa, joten sadassa minuutissa viisi myyjää soittaa sadalle asiakkaalle. Vaihtoehto **a**.

5. Sofian kellossa on vikaa. Hän asettaa sen oikeaan aikaan kello 16:12, mutta kolme tuntia myöhemmin se näyttää aikaa 20:00. Kaksi tuntia myöhemmin kello näyttää aikaa 22:32. Kun Sofia seuraavana aamuna herää, kello näyttää aikaa 6:46. Paljonko kello todellisuudessa oli?

a) 3:42

b) 4:06

c) 4:22

Vastaus: Annettujen vihjeiden perusteella kello edistää tasaisesti 16 minuuttia yhtä tuntia kohden. Kun Sofian kello on 22.32, niin "oikea" kellonaika on 21.12; viidessä tunnissa Sofian kellon edistää tasan 80 minuuttia. Laskemalla tämän avulla havaitaan, että klo 02:12 Sofian kello on 160 minuuttia etujassa eli näyttää 04:52. Kysyttyyn aikaan on tästä matkaa 1 h 54 min, joten voidaan päätellä, että vaihtoehto **a** on oikein¹.

6. Oona, Miina ja Lotta ovat omenanviljelijöitä. Viime syksyn sadosta Miina keräsi kolme kertaa niin paljon omenoita kuin Lotta ja Oona keräsi kaksi kertaa niin paljon omenoita kuin Miina. Jos omenoita oli 900 tonnia, kuinka paljon kuului Lotalle?

a) 270 t

b) 110 t

c) 90 t

Vastaus: Merkitään Miinan keräämää osuutta symbolilla a . Lotan osuus on tällöin $a/3$ ja Oonan osuus $2a$. Lotan suhteellinen osuus kaikista kerätyistä omenoista on tällöin $(a/3)/(10a/3) = 1/10$, joten vaihtoehto **c** on oikein.

7. Osakeyhtiön tilikauden voitto on 240000 €. Yhtiökokouksen päätöksellä 40 % voitosta jaetaan osakkeenomistajille omistusosuuksien suhteessa. Jussi omistaa yhtiöstä puolet, Jaakko kolmasosan ja Antti loput. Kuinka paljon Antti saa voitonjakopäätöksen perusteella osinkoa?

a) 16000 €

b) 40000 €

c) 10000 €

¹Oikea kello "jätättää" Sofian kellon verrattuna yli 16 min ks. aikana, jolloin ainoa jäljelle jäävä vaihtoehto on **a**.

Vastaus: Voitosta jaetaan yhteensä 40 % eli $0,4 \cdot 240000 \text{ €} = 96000 \text{ €}$. Merkitään yhtiön kokonaisosakepääomaa luvulla a , jolloin Jussin osuus on $a/2$, Jaakon $a/3$ ja Antin $a - \frac{a}{2} - \frac{a}{3} = a/6$. Näin ollen Antti saa osinkoa 16000 € eli vaihtoehto **a** on oikein.

8. Ratkaise seuraavissa sanoissa vallitseva sääntö, jonka perusteella sanojen perään on sijoitettu luku. Valitse sen jälkeen annetuista vaihtoehdoista luku, joka tulee viimeisen sanan perään X :n paikalle.

ARVOPAPERI = 5

OBLIGAATIO = 4

RAHASTO = X

- a) 3
- b) 4
- c) 5

Vastaus: Selvästi nähdään, että tehtävässä oleva sääntö on sanan tavujen määrä, joka on RAHASTO-sanan tapauksessa 3. Vaihtoehto **a**.

9. Ammattikorkeakoulun liiketalouden koulutusohjelman opiskelijat opiskelivat kieliä seuraavasti: ranskan ryhmässä oli 26 opiskelijaa, espanjan ryhmässä 30 ja venäjän ryhmässä 28. Edellä mainituissa ryhmissä 12 opiskeli sekä ranskaa että espanjaa, 8 sekä ranskaa että venäjää ja 10 sekä espanjaa että venäjää. Kaikki opiskelivat yhtä tai kahta edellä mainituista kielistä. Montako opiskelijaa oli liiketalouden koulutusohjelmassa?

- a) 24
- b) 84
- c) 54

Vastaus: Ihmiset, jotka opiskelevat kahta kieltä samaan aikaan, on tehtävänannossa olevissa määrissä periaatteessa ilmoitettu kahteen kertaan. Näitä ihmisiä on 30, joten todellinen opiskelijamäärä on 54 eli vaihtoehto **c**.

10. Liikelahjapakkauksessa oli 27 samanlaista kuulakärkikynää. Yhden sisään on kätkeyty timantteja, ja se on hieman muita massiivisempi. Mikä on pienin tarvittava määrä punnituksia, jolla painavampi kynä varmasti löytyy, kun käytetään tasapainovaakaa?

- a) 3
- b) 4
- c) 5

Vastaus: Suoritetaan ensimmäinen punnitus siten, että otetaan yksi kynä erilleen ja punnitaan tasan 13/13 jäljelle jäävät kynät. Seuraavaan punnitukseen jää jäljelle 13 kynää, joista 7 putoaa pois, kun punnitaan samalla tavalla kuin äsken. Kolmannessa punnituksessa punnitaan 3/3, jolloin jäljelle jää kolme kynää. Neljännellä punnituksella ratkeaa, mikä kynä oli painavampi kuin muut. Vaihtoehto **b**.

Pääsykoe 2003

Jokaisen tehtävän jälkeen on esitetty lyhyt malliratkaisu.

1. Jälleenmyyntiliikkeessä CD-soittimen myyntihinta asiakkaille on 150 €. Myyntihinta on saatu siten, että alkuperäiseen hankintahintaan (tukkuhinta) on lisätty myyntiliikkeen oma 20 %:n myyntipalkkio (myyntikate). Paljonko on CD-soittimen alkuperäinen hankintahinta, jos arvonlisäveroa ei oteta huomioon?

- a) 120 €
- b) 125 €
- c) 130 €
- d) En osaa sanoa

Vastaus: Merkitään CD-soittimen alkuperäistä hintaa symbolilla a , jolloin annettu hinta 150 € on $1,2a$. Näin ollen $a = 125$ € eli vaihtoehto **b** on oikein.

2. Tuotantolaitos käyttää raaka-aineenaan neljää metallia seuraavassa suhteessa: 1/12 titaania, 1/6 kuparia, 1/2 alumiinia ja loput pronssia. Raaka-aineiden kulutus vuonna 2002 oli 60000 kg. Montako kiloa pronssia käytettiin vuonna 2002?

- a) 20000 kg
- b) 10000 kg
- c) 15000 kg
- d) En osaa sanoa

Vastaus: Pronssin osuus raaka-aineiden kokonaismäärästä on

$$1 - \frac{1}{12} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = 1 - \frac{9}{12} = \frac{1}{4},$$

joten pronssia käytettiin vuonna 2002 yhteensä 15000 kg. Vaihtoehto **c**.

3. Sakari säästää säästöpossuunsa kesäkuun ensimmäisenä päivänä 10 senttiä, seuraavana päivänä 20 senttiä ja sitä seuraavina päivinä aina 10 senttiä enemmän kuin edellisenä päivänä. Kuinka paljon Sakarilla on säästöpossussaan rahaa kesäkuun lopussa?

- a) 36,50 €
- b) 42,50 €
- c) 46,50 €
- d) En osaa sanoa

Vastaus: Kesäkuussa on 30 päivää. Viimeisenä päivänä Sakari laittaa säästöön 3 euroa, joten keskimäärin päivää kohden hän säästää $(3 + 0,1) \text{ €} / 2 = 1,55$ €. Kertomalla tämä 30:llä saamme rahasummaksi 46,50 € eli vaihtoehdon **c**.

4. Suomen hilavitkutinmarkkinoilla toimii kolme yritystä, joiden markkinaosuudet kokonaismyynnistä ovat seuraavat:

Hila-Tuote Oy 40 %

Hila-Vempain Oy 20 %

Hila-Laite Oy 40 %

Hila-Tuote Oy pyrkii kasvattamaan markkinaosuutensa tasan 50 prosenttiin valtaamalla Hila-Laite Oy:n markkinaosuutta itselleen. Montako prosenttia Hila-Laite Oy:n myynnin tulee pienentyä, jotta Hila-Tuote Oy pääsee tavoitteeseensa?

- a) 25 %
- b) 10 %
- c) 4 %
- d) En osaa sanoa

Vastaus: Hila-Laite Oy:n markkinaosuuden tulee pienentyä arvoon 30 %, eli muutos alkuperäiseen markkinaosuuteen on 25 %. Vaihtoehto **a**.

5. Hilavitkuttimen valmistuskustannuksista raaka-aineen osuus on neljäsosa. Raaka-aineen hinta nousee 10 %. Montako prosenttia muiden kustannusten osuutta on pystyttävä pienentämään, jotta valmistuskustannukset säilyisivät ennallaan?

- a) 3 %
- b) 3,33 %
- c) 33,33 %
- d) EOS

Vastaus: Olkoon hilavitkuttimen valmistuskustannusten suuruus a . Raaka-aineen osuus on tällöin aluksi $0,25a$. Kun hinta nousee 10 %, niin raaka-aineen uusi osuus valmistuskustannuksista on $0,275a$. Muiden kustannusten osuus aluksi on $0,75a$ ja niiden tulee pienentyä arvoon $0,725a$, jotta kokonaiskustannukset pysyvät ennallaan. Muutos alkuperäiseen arvoon verrattuna on $0,025/0,750 = 0,0333$ eli 3,33 %. Vaihtoehto **b**.

6. Päivittäistavaraliikkeessä on huomattu, että myymälävarkauksien aiheuttama hävikki on $2/40$ kokonaisymyynnistä. Tuotehälytysjärjestelmän käyttö maksaisi 10000 euroa vuodessa. Se estäisi kaikki myymälävarkaudet. Paljonko kokonaisvuosimyynnin tulisi vähintään olla, jotta tuotehälytysjärjestelmä kannattaisi ottaa käyttöön?

- a) 200000 €
- b) 80000 €
- c) 50000 €
- d) EOS

Vastaus: Ryöstöjen aiheuttaman hävikin osuus myynnistä on $1/20$. Jos kokonaisymyynti olisi 200000 €, niin hävikin osuus olisi tasan 10000, joten myynnin tulee olla enemmän kuin 200000 jotta hälytysjärjestelmän hankkiminen kannattaa. Vaihtoehto **a**.

7. Osakeyhtiön tilikauden voitto on 240000 euroa. Yhtiökokouksen päätöksellä 40 % voitosta jaetaan osinkona osakkeenomistajille. Jussi omistaa yhtiöstä puolet, Jaakko kolmasosan ja Joonas loput. Kuinka paljon Joonas saa voitonjakopäätöksen perusteella osinkoa?

- a) 16000 €
- b) 40000 €
- c) 10000 €
- d) EOS

Vastaus: Jaettava voiton määrä on $240000 \text{ €} \cdot 0,4 = 96000 \text{ €}$. Joonaksen osuus voitosta on $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$, joten hän saa 16000 € rahaa. Vaihtoehto a.

8. Purola Oy:llä on osakkeita yhteensä 80000 kpl. Osakkeet on jaettu A- ja B-osakkeisiin, jotka tuottavat yhtiökokouksessa eri määrän äänioikeuksia. Yksi A-osake tuottaa kolme ääntä ja yksi B-osake tuottaa yhden äänen. A-osakkeita on 25 % kokosakemäärästä ja B-osakkeita loput. Purolan perhe omistaa kaikki A-osakkeet ja muilla osakkeenomistajilla on omistuksessaan kaikki B-osakkeet.

Yhtiökokouksessa äänestetään asiasta, jonka hyväksymiseen tarvitaan $\frac{2}{3}$ äänten enemmistö. Kolmasosa Purolan perheen äänistä on asiaa vastaan ja muut osakkeenomistajat aikovat jättää joko kokonaan äänestämättä tai äänestää asian puolesta. Montako ääntä muilta osakkeenomistajilta tarvitaan, jotta asia hyväksyttäisiin, jos muilla Purolan perheen osakkeilla ei anneta ääniä lainkaan?

- a) 40000 ääntä
- b) 60000 ääntä
- c) 80000 ääntä
- d) EOS

Vastaus: Purolan perhe omistaa yhteensä 20000 osaketta, joista jokainen antaa kolme ääntä. Kolmasosa Purolan perheen osakkeista on asiaa vastaan, eli yhteensä 20000 ääntä. Kahden kolmasosan äänten enemmistön saavuttamiseksi tarvitaan muilta osakkeenomistajilta vähintään 40000 ääntä, jotta asia hyväksytään. Vaihtoehto a.

9. Tuotteen alkuperäinen myyntihinta on 150 euroa. Kevään alennusmyynnissä hintaa alennettiin 20 % ja kahden viikon kuluttua vielä 10 %. Kuinka monta prosenttia lopullinen hinta on alkuperäistä hintaa alempi?

- a) 30 %
- b) 29 %
- c) 28 %
- d) EOS

Vastaus: Merkitään tuotteen alkuperäistä hintaa symbolilla a . Ensimmäisen kerran alennettu hinta on $0,8a$, ja toisen alennuksen jälkeen hinnaksi tulee $0,72a$. Muutos alkuperäiseen hintaan verrattuna on näin ollen 28 % eli vaihtoehto c on oikein.

10. Kilometrin pituinen tavarajuna kulkee läpi tunnelin, joka on yhden kilometrin pituinen. Junan vauhti on 15 km/h. Kauanko junalta kuluu tunnelin läpi kulkemiseen?
- 2 minuuttia
 - 4 minuuttia
 - 8 minuuttia
 - EOS

Vastaus: Juna kulkee yhdessä tunnissa 15 kilometriä. Jotta koko juna on kulkenut tunnelin läpi, täytyy sen edetä yhteensä kahden kilometrin matka (junan takaosa ehtii pois tunnelista). Yhden kilometrin kulkemiseen menee aikaa $1/15$ tuntia eli 4 minuuttia, joten kokonaisaika on 8 minuuttia. Vaihtoehto c.

11. Ohessa on valtion tuloveroasteikko vuodelle 2002.

Taulukko 1: Valtion tuloveroasteikko vuodelle 2002.

Verotettava ansio-tulo (€)	Vero alarajan kohdalla (€)	Vero alarajan ylitävistä osasta (%)
11500–14300	8	13
14500–19700	372	17
19700–30900	1290	23
30900–54700	3866	29
54700→	10786	36

Paljonko oli Veikan verotettava tulo vuonna 2002, jos hänelle tuli valtion tuloveroa maksettavaksi kaikkiaan 2509 €?

- 35000 €
- 28000 €
- 25000 €
- EOS

Vastaus: Veikan tulot ovat taulukon 1 kolmannen rivin mukaiset, eli veron perusosuus on 1290 €. Näin ollen ylimenevä osuus on $2509 - 1290 = 1219$ €, eli saamme yhtälön

$$0,23 \cdot x = 1219$$

Nyt pitää ilman laskinta arvioida, mikä on haluttu vaihtoehto. Jos se olisi 25000 €, niin ylimenevä osuus olisi 5300 € ja edelleen $5300 \cdot 0,23 = 1219$ €. Tämä pitää paikkansa, sillä $5300 \cdot 0,2 = 1060$ ja $5300 \cdot 0,03 = 159$. Vaihtoehto c.

Simuloidut ammattikorkeakoulun liiketalouden alan pääsykokeet 1

R. E. Järvinen

Huomaa, että suuri osa tehtävien asioista olisi tarkoitus miettiä päässä eikä tehtäviin kirjoiteta vastauksia kokeessa lainkaan (monivalintakoe). Tehtävänannossa oli kuitenkin mainittu, että halutessaan saa kirjoittaa laskujen välivaiheita suttupaperille. Tässä yhteydessä esitettävät malliratkaisut auttavat opiskelijaa ymmärtämään laskujen välivaiheet, vaikka niitä ei todennäköisesti tulisikaan kaikkia tehtävää mietittäessä kirjoitettua näkyviin.

Pääsykokeessa matematiikan tehtävien vastaamiseen on aikaa käytössä PUOLI TUNTIA.

Tehtäväsarja 1 (harjoitus)

1. Simo sijoitti Gumböle Oy:n osakkeisiin 30 % omaisuudestaan, antoi tyttärelleen 5000 € ja osti lopuilla rahoilla kesämökin, jonka hinta oli 30000 €. Kuinka monta prosenttia Simon varoista tytär sai?

- a) 10 %
- b) 15 %
- c) 20 %

Vastaus: Merkitään Simon omaisuutta euroissa symbolilla a . Nyt voidaan kirjoittaa yhtälö annettujen tietojen perusteella:

$$a = 0,3a + 5000 \text{ €} + 30000 \text{ €} \Rightarrow a = \frac{35000 \text{ €}}{0,7} = 50000 \text{ €}$$

Nyt havaitsemme heti, että tyttären osuus on $1/10$ eli 10 %. Vaihtoehto a.

2. Seija lyö veto siitä, että kahta noppaa heitettäessä hän saa kaksi samaa numeroa. Millä todennäköisyydellä hän häviää vedon?

- a) $1/2$
- b) $2/3$
- c) $5/6$

Vastaus: Kahta noppaa heitettäessä voidaan saada 36 erilaista tulosta. Kaksi samaa numeroa voidaan saada kuudella eri tavalla, joten todennäköisyys saada kaksi samaa numeroa on

$$\mathcal{P}(2 \text{ samaa}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Todennäköisyys sille, että Seija häviää vedon, on $1 - \mathcal{P}(2 \text{ samaa}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$. Vaihtoehto c.

3. Tietokoneiden kiintolevyjen kapasiteetti on viimeisen kymmenen vuoden aikana kasvanut niin, että vuonna 2000 perustietokoneessa oli 40 GB:n levy ja vuonna 2010 kapasiteetti on 500 GB. Kuinka monta prosenttia on keskimäärin ollut vuosittainen kasvu, jos sen oletetaan pysyneen vakiona kymmenen vuoden jakson aikana?
- a) 110 %
 - b) 115 %
 - c) 120 %

Vastaus: Absoluuttinen kasvu kiintolevyn koossa on $500 - 40 = 460$ GB. Kasvun suhde alkuperäiseen kiintolevykokoon verrattuna on $460/40 = 11,5$ eli kasvua kymmenen vuoden aikana on tapahtunut yhteensä 1150 %. Vuosittainen kasvu on näin ollen 115 % eli vaihtoehto **b** on oikein.

4. Biljardisalilla on kolme miestä, joiden lompakoissa on käteistä. Göranin ja Håkanin lompakoista löytyy yhteensä 50 €, Matiaksen ja Håkanin lompakoista 25 €. Lisäksi tiedetään, että Göränilla on kolme kertaa niin paljon rahaa kuin Matiaksella. Paljonko käteistä on Håkanin lompakossa?
- a) 18,75 €
 - b) 12,50 €
 - c) 25,00 €

Vastaus: Tehtävässä on kolme muuttujaa, joille voidaan kirjoittaa seuraava yhtälöryhmä:

$$G + H = 50$$

$$M + H = 25$$

$$G = 3M$$

Sijoittamalla alimman rivin tulos ylempään yhtälöön saadaan yhtälöpari

$$\begin{cases} 3M + H = 50 \\ M + H = 25 \Rightarrow H = 25 - M \end{cases}$$

Nyt voidaan ratkaista muuttuja M , jolle saadaan yhtälöparin ylemmän yhtälön nojalla tulos $3M + 25 - M = 50 \Rightarrow M = 12,5$ €. Näin ollen H :n lompakossa on rahaa 12,50 € ja vaihtoehto **b** on oikea.

5. Kunnallisveroa joutuvat maksamaan kaikki Suomessa asuvat. Ylin kunnallisveroaste oli vuonna 2009 21,00 € ja alin 16 €. Kuinka monta prosenttia alinta kunnallisveroastetta olisi nostettava, jotta se olisi yhdenmukainen keskimääräisen kunnallisveroasteen, 19,00 €, kanssa?
- a) 18,75 %
 - b) 15,25 %
 - c) 21,25 %

Vastaus: Merkitään alkuperäistä osuutta + korotusta symbolilla a . Kun a :lla kerrotaan kunnallisveroastetta 16,00, niin saadaan uusi kunnallisveroaste 19,00 eli $a \cdot 16,00 = 19,00$. Tästä voidaan arvioida, että vaihtoehto **a** on oikein.

6. Japanilaiset taiteilijat Toshi ja Yoshiki järjestävät Euroopan kiertueellaan konsertin, johon myydään 25000 lippua. Kahden lipun pakettihinta on 80 euroa ja lippujen arvioitu myyntikate on noin 15 prosenttia. Järjestysmiehiä välittävä firma on tehnyt sopimuksen, jossa firman saama palkka on viisi prosenttia myyntivoitosta. Kuinka paljon järjestysmiehet saavat rahaa?
- a) 6500 €
 - b) 7500 €
 - c) 8500 €

Vastaus: Lipuista saadaan yhteensä rahaa $(25000/2) \cdot 80 \text{ €} = 1000\ 000 \text{ €}$. Myyntikate oli 15 % eli 150 000 €. Järjestysmiesfirma saa tästä viisi prosenttia eli summan $0,05 \cdot 150\ 000 \text{ €} = 7500 \text{ €}$. Vaihtoehto **b**.

7. Heikki Kovalainen ajaa F1-osakilpailua Iso-Britanniassa Silverstonen radalle. Radan kokonaispituus on noin viisi kilometriä ja se kierretään 60 kertaa. Mikä on Kovalaisen keskinopeus, jos hänellä kuluu kilpailun startista maaliin yhteensä 1,5 tuntia aikaa?
- a) 220 km/h
 - b) 200 km/h
 - c) 180 km/h

Vastaus: Fysiikan tasaisen liikkeen yhtälö on muotoa $\text{nopeus} = \text{matka} / \text{aika}$. Kokonaismatkaksi s tulee $s = 60 \cdot 5 \text{ km} = 300 \text{ km}$. Aikaa meni 1,5 tuntia, joten keskinopeus on 200 km/h. Vaihtoehto **b**.

8. Päättele seuraavista lausekkeista matemaattisen operaattorin \oplus matemaattinen merkitys ja ratkaise sen avulla alin yhtälö.

$$2 \oplus 4 = 7 \quad (1)$$

$$1 \oplus 5 = 4 \quad (2)$$

$$4 \oplus 6 = ? \quad (3)$$

- a) 6
- b) 9
- c) 23

Vastaus: Matemaattinen sääntö, joka pätee em. tilanteeseen, on muotoa $a \oplus b = ab - 1$. Näin ollen saamme $4 \oplus 6 = 24 - 1 = 23$ eli vaihtoehto c on oikein.

1 Harjoituskoe kotiin

Tee seuraavat tehtävät kotona ja katso, kuinka kauan aikaa kului. Varsinaisessa koetilanteessa on käytössä puoli tuntia.

1. Koodausfirmassa maksetaan työntekijöille palkkaa koodattujen rivien määrän mukaan siten, että yhdestä rivistä saa 2 senttiä rahaa. Tavallinen koodaaja kirjoittaa minuutissa noin 10 riviä ja hänen työpäivänsä pituus on 7 tuntia. Firmassa on 15 työntekijää, joista kymmenen työskentelee tavallisella tasolla ja viisi 8 tuntia päivässä. Laske firman työntekijän keskimääräinen päiväpalkka.

- a) 102 €/ päivä
- b) 94 €/ päivä
- c) 88 €/ päivä

Vastaus: Tavallinen koodaaja kirjoittaa 600 riviä tunnissa eli tuntipalkaksi tulee $1200 \text{ snt} = 12 \text{ €}$. Seitsemän tunnin palkka on näin ollen 84 €. Työntekijä, joka työskentelee tunnin enemmän, tienaa päivässä 96 euroa. Lasketaan keskimääräinen työntekijän palkka \bar{x} painotettuna keskiarvona (painona työntekijöiden määrät):

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 84 \text{ €} + 5 \cdot 96 \text{ €}}{15} = \frac{(840 + 480) \text{ €}}{15} = \frac{1320 \text{ €}}{15} = 88 \text{ €}$$

Vaihtoehto c on oikein.

2. Matti lentää Helsingistä Lontooseen Finnairin koneella. Kone lähtee Helsingistä klo 16:00 ja saapuu kolmen tunnin jälkeen Lontooseen, joka kuuluu aikavyöhykkeeseen GMT ± 0 (Helsinki kuuluu vyöhykkeeseen GMT +2). Lontoosta matka jatkuu kahden tunnin odotuksen jälkeen Torontoon, lennon pituus on 9 tuntia. Mihin aikavyöhykkeeseen Toronto kuuluu, jos perillä ollaan paikallista aikaa klo 23:00?

- a) GMT -7
- b) GMT -5
- c) GMT -4

Vastaus: Kannattaa miettiä tehtävä vaiheittain. Matti odottaa Lontoossa kaksi tuntia, jonka jälkeen kello on 19:00 Lontoon aikaa (GMT ± 0). Lento Torontoon kestää yhdeksän tuntia, joten Mattin päästyä perille kello on Lontoon aikaa 04:00 seuraavan vuorokauden puolella. Koska Toronton aikaa kello on vasta 23:00, niin Toronton täytyy kuulua aikavyöhykkeeseen GMT -5. Vaihtoehto b.

3. Saija, Jenni ja Katri myyvät mainoslehtiä, josta he saavat palkaksi yhteensä 300 €. Rahat päätetään jakaa työtuntien suhteessa ja lisäksi iltavuorosta saa laskennallisesti kaksinkertaisen määrän työtunteja.

Saijalla on kaksi työssäolotuntia enemmän kuin Katrilla, jolla on kolme työssäolotuntia vähemmän kuin Jennillä. Katrilla on työssäolotunteja yhteensä seitsemän, joista neljä on iltatunteja. Saijalla on yksi iltatunti, Jennillä ei ole yhtään iltatuntia. Kuinka suuren euromääräisen osuuden Jenni saa koko potista?

- a) 111 €
- b) 127 €
- c) 144 €

Vastaus: Kirjoitetaan annetuista tiedoista kolmen muuttujan yhtälöryhmä, johon merkitään henkilön työtunteja etunimen ensimmäisellä kirjaimella:

$$\begin{cases} S - 2 = K \\ K + 3 = J \\ K = 3 + 2 \cdot 4 = 11 \end{cases}$$

Viimeisessä yhtälössä on laskettu Katrin työtunnit (iltatunnit huomioitu kaksinkertaisina). Sijoittamalla viimeisen yhtälön tulos ensimmäiseen ja toiseen yhtälöön saamme Saijan ja Jennin työtuntien määrät: $S = 13$ ja $J = 14$. Näin ollen laskennallisten työtuntien kokonaismäärä on $11 + 13 + 14 = 38$, ja Jennin osuudeksi saamme

$$300 \text{ €} \cdot \frac{14}{38} = 110,526 \dots \text{ €} \approx 111 \text{ €},$$

eli vaihtoehto **a** on oikein.

4. Timo käyttää viikkorahoistaan makeisiin 5 euroa, elokuvaan 4 euroa ja loput jäävät säästöön. Kuinka paljon viikkorahaa hän sai isältään, jos kuukauden säästöt tekevät yhteensä 36 euroa (neljä viikkoa)? Timo sai viikkorahaa sekä isältä että äidiltä suhteessa 9:3.
- a) 12,5 €
 - b) 13,5 €
 - c) 15,5 €

Vastaus: Neljässä viikossa Timo säästää yhteensä 36 € eli viikkoa kohden 9 euroa. Näin ollen viikkorahan suuruus on 18 euroa. Isän maksama osuus tästä on $9/12 = 3/4$, joka euroissa tekee $3 \cdot 18/4 = 13,5 \text{ €}$. Vaihtoehto **b** on oikein.

5. Auraan suunnitellaan uutta junarataosuutta. Rataverkoston rahallisista menoeristä tärkeimmät ovat junien nopeus V , kapasiteetti K sekä huoltovälikestävyys H , joka tarkoittaa radan ja junien määräaikaishuoltojen aikaväliä. Menoerien painoarvot suhteessa toisiinsa ovat vuositasolla

$$V : K : H = 2 : 3 : 7.$$

Paljonko huoltoihin kuluu euroja, jos rataverkoston kokonaiskustannus on miljoona euroa?

- a) 580 000 €
- b) 620 000 €
- c) 670 000 €

Vastaus: Huoltokustannusten osuus on $7/12$ kokonaissummasta. Kannattaa ajatella niin, että $6/12 = 0,5$ ja $1/12 \approx 0,8$, jolloin voidaan arvioida, että huoltoihin kuluu noin 580 000 €. Vaihtoehto **a** on oikein.

6. Graafiseen suunnitteluun tarkoitettu piirtopöytä maksaa internet-kaupassa 220 euroa ja paikallisessa erikoisliikkeessä 250 euroa. Laskusuhdanteen seurauksena kaikki hinnat laskevat 10 prosenttia. Tämän lisäksi paikallisen liikkeen kauppias antaa kymmenen prosentin käteisalennuksen tuotteesta. Kannattaako tuote ostaa paikallisesta kaupasta vai tilata internetistä, kun postikulut ovat 3 euroa?

- a) Paikallinen kauppa
- b) Internet
- c) Samat kustannukset

Vastaus: Laskusuhdanne pudottaa nettikaupan hinnan arvoon 198 € ja paikallisen kaupan hinnan arvoon 225 €. Lisäksi käteisalennuksen seurauksena paikallisen kaupan pöydän hinta putoaa edelleen arvoon 202,5 €. Nettikaupan hintaa nostavat postikulut 3 €:n verran hintaan 201 €, joka on hieman edullisempi hinta kuin paikallisessa liikkeessä. Tuote kannattaa tilata nettikaupasta, eli vaihtoehto **b**.

7. Määritellään matemaattinen operaattori \star seuraavasti:

$$\begin{cases} a \star b = \frac{a+b}{a-b}, & a \neq b \\ a \star b = 2b, & a = b \end{cases}$$

Määritä seuraavan laskutoimituksen lopputulos: $(2 \star 3) \star (5)$.

- a) -25
- b) 5
- c) 0

Vastaus: Lasketaan ensin $2 \star 3$, josta tulee tulokseksi -5 . Meille jää sitten lasku $-5 \star 5 = \frac{-5+5}{-5-5} = 0$, eli vaihtoehto **c** on oikein.

8. Suomen suurimmilla monikansallisilla yrityksillä on asiakkaita pääosin USA:ssa, Venäjällä ja Keski-Euroopassa. Kolmella firmalla on asiakkaita kaikissa kolmessa maassa/maantieteellisessä osassa, neljällä sekä USA:ssa että Venäjällä ja kahdella sekä Venäjällä että Keski-Euroopassa. Lisäksi on kaksi firmaa kutakin markkina-alueetta kohti siten, että heillä on asiakkaita vain ks. markkina-alueella. Kuinka monta merkittävää monikansallista yritystä Suomessa on?

- a) 15
- b) 12
- c) 9

Vastaus: Yrityksiä on 15 eli vaihtoehto **a**, vastaus saadaan laskemalla suoraan.

9. Autoilija ajaa keskimäärin ylinopeutta 20 km/h matkalla Jyväskylästä Tampereelle. Aikaa kuluu yhteensä 1h 36 min ja matkaa tulee kertyneeksi 160 km. Mikä on keskimääräinen nopeusrajoitus Tampereen ja Jyväskylän välillä?

- a) 70 km/h
- b) 80 km/h
- c) 90 km/h

Vastaus: Muutetaan aika tunneiksi, jolloin saadaan 1,6 tuntia. Tässä ajassa liikutaan 160 km, eli keskinopeus on 100 km/h. Näin ollen nopeusrajoitus on 80 km/h, vaihtoehto **b**.

10. Applen julkaiseman Imac-tietokoneen perusversio maksaa uutena noin 1100 €. Kuinka monta prosenttia se on edullisempi kuin koneesta myytävä paras standardiversio, jonka hinta on kaupassa 1800 €?

- a) 33 %
- b) 39 %
- c) 43 %

Vastaus: Halutaan tietää, kuinka monta prosenttia edullisemman koneen hinta on arvokkaamman koneen hinnasta. Jakamalla hinnat keskenään saamme

$$\frac{1100}{1800} = \frac{11}{18} = \frac{9}{18} + \frac{2}{18} = \frac{1}{2} + \frac{1}{9} \approx 0,61.$$

Halvempi tietokone on edellisen laskun perusteella $100 \% \cdot (1 - 0,61) = 39 \%$ edullisempi kuin kalliimpi kone eli vaihtoehto **b**.